

دفترچه شماره ۱



آزمون

۷



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۹/۲۳

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

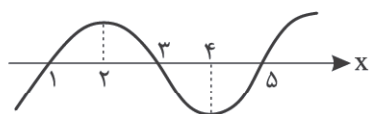
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (پیوستگی)	فصل ۴ (تا ابتدای مشتق تابع مرکب) (صفحه ۹۶)
هندسه	—	فصل ۲	فصل ۲ (درس ۳: سهمی) (صفحه ۵۰ تا ۵۹)
گسسته	—	فصل ۴ (آمار استنباطی)	فصل ۲ (از ابتدای احاطه‌گری تا انتهای فصل) (از صفحه ۴۳ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

۱- شکل زیر، نمودار تابع f است. α در کدام بازه باشد تا رابطه $f'(\alpha) < f(\alpha)$ برقرار باشد؟



(۱) (۱, ۲)

(۲) (۲, ۳)

(۳) (۳, ۴)

(۴) (۴, ۵)

۲- اگر $f(x) = \sqrt{4x+4}\sqrt{x+1}$ باشد، حاصل $f'(\frac{1}{4}) \cdot f'(\frac{1}{4})$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) ۴

(۱) ۲

۳- اگر $f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ و $f(x) = (x - \pi)g(x)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi} g(x)$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{1}{2}$

۴- خط $y = 2x + a$ در نقطه $x = 1$ بر منحنی $f(x) = \frac{x^2 + bx - 1}{x + 1}$ مماس است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۵- اگر f در $x = 1$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 1} = 2$ باشد، حاصل مشتق تابع $g(x) = \sqrt[3]{x^2}$ در $x = 1$ چقدر است؟

(۴) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۲) $-\frac{2}{9}$ (۱) $-\frac{2}{3}$

۶- مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cos(\frac{\pi}{x} + \frac{\pi}{x})$ کدام است؟

(۲) π (۱) $-\pi$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$

۷- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x} - x$ و $g(x) = (\sqrt{x^2 + 3x} + x)^{-1}$ باشد، حاصل $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$

(۲) ۳

(۱) ۴

محل انجام محاسبات

۸- اگر $f(x) = \frac{a|x+b|}{\sqrt{x+2}+1}$ و $f'_-(2) - f'_+(2) = 6$ باشد، مقدار $f'(-1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{63}{8}$ (۲) $-\frac{9}{8}$ (۳) $-\frac{18}{4}$ (۴) $-\frac{63}{16}$

۹- فاصله بین خطوط مماس قائم منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4x + 3}$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $f(x) = \sqrt{4x+1}$ در نقطه $x=2$ واقع بر آن، چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۱- تابع f در $x=1$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f''(x)+8}{x-1} = 3$ است. عرض از مبدأ خط مماس بر f در نقطه $x=1$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۴) $-\frac{11}{4}$

۱۲- نمودار تابع f در نقطه $x=2$ بر خط $y = \frac{1}{3}x + 3$ مماس است. حاصل مشتق تابع $g(x) = \frac{x^2}{f(x)}$ در نقطه $x=2$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{8}$

۱۳- اگر $f(x) = 3x^2 - 8x + 2$ و $f'(\alpha) + f'(\beta) = 0$ باشد، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۴- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{\cos x} & x > 0 \\ bx^2 & x = 0 \\ |b-x| & x < 0 \end{cases}$ در $x=0$ پیوسته باشد، مقدار ab چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $-\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر f تابعی غیرصفر باشد و $f(x) = 2a[x] + b[x + [a]]$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، $\frac{a[a]}{f(b)}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) -2 (۳) 2 (۴) $\frac{1}{2}$

۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} x[x] & |x| \geq x^2 \\ \cos 2\pi x & |x| < x^2 \end{cases}$ در چند نقطه از مجموعه اعداد حقیقی ناپیوسته است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) هیچ

۱۷- تابع $f(x) = (2x^2 + ax + 2b)\left[\frac{x}{4}\right]$ در بازه $(0, 5)$ پیوسته باشد، مقدار $b - a$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{62}{3}$ (۲) $\frac{49}{3}$ (۳) $\frac{52}{3}$ (۴) $\frac{58}{3}$

۱۸- تابع $f(x) = [\sin x]$ در کدام نقطه زیر حد دارد ولی ناپیوسته است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) 2π

۱۹- چند تا از گزاره‌های زیر همواره درست هستند؟

الف) تجانس با نسبت $-\frac{2}{3}$ جهت شکل را عوض می‌کند.

ب) بازتاب نسبت به خط نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

ج) ترکیب دو بازتاب یک دوران است.

د) دو خط $y = 1 - 2x$ و $y = 5 - 2x$ می‌توانند انتقال یافته یکدیگر باشند.

- (۱) 4 (۲) 3 (۳) 2 (۴) 1

۲۰- دو نقطه $A(2, 1)$ و $B(0, -3)$ نسبت به خط d بازتاب یکدیگرند. کدام یک از نقاط زیر نقطه ثابت این تبدیل می‌تواند باشد؟

- (۱) $(1, 1)$ (۲) $(0, 0)$ (۳) $(0, -1)$ (۴) $(-3, 1)$

محل انجام محاسبات

۲۱- نقطه O مرکز دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ به طول اضلاع $\frac{1}{3}$ ، $\frac{4}{5}$ و $\frac{6}{5}$ است. اگر انتقال یافته مثلث $\triangle ABC$ تحت بردار $\overrightarrow{AO}$ مثلث

$\triangle A'B'C'$ و مجانس مثلث $\triangle A'B'C'$ به مرکز O با نسبت $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ مثلث $\triangle A''B''C''$ باشد، مساحت مثلث $\triangle A''B''C''$ چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۲- مثلث $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = \sqrt{7}$) را به مرکز C در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت 90° دوران می‌دهیم. اگر

$\triangle A'B'C'$ تصویر $\triangle ABC$ در این دوران باشد، مساحت مثلث $\triangle BB'C$ برابر کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $4\sqrt{7}$ (۳) 4 (۴) $8\sqrt{7}$

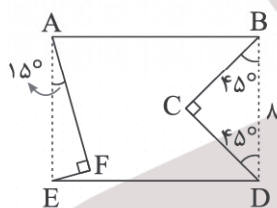
۲۳- تحت تجانس به مرکز O و نسبت $\frac{5}{4}$ ، نقطه A بر نقطه B تصویر می‌شود. اگر تحت تجانس به مرکز A و نسبت $(-\frac{3}{4})$ ، نقطه B بر نقطه

C تصویر گردد، تحت تجانس به مرکز O و با کدام نسبت، نقطه A بر نقطه C تصویر می‌شود؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{8}$

۲۴- در شکل زیر چهارضلعی ABDE مستطیل است. اگر بخواهیم مساحت چندضلعی ABCDEF را بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع

آن تا حد ممکن افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۲۵- نقاط $A(2, 1)$ و $F(2, 5)$ به ترتیب رأس و کانون یک سهمی هستند. معادله خط هادی این سهمی کدام است؟

- (۱) $y = 9$ (۲) $y = 3$ (۳) $y = -1$ (۴) $y = -3$

۲۶- محور تقارن یک سهمی موازی محور xها است. اگر رأس بوده و این سهمی از نقطه $(-3, -3)$ بگذرد، فاصله رأس تا خط

هادی این سهمی کدام است؟

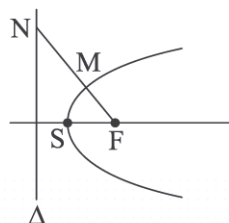
- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۲۷- هر پرتو نوری که از نقطه $(1, -1)$ بر سهمی $y^2 - 4x = 2y + m$ می‌تابد، بازتاب آن پرتو موازی با محور x ها است. مقدار m برابر کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 1 (۳) -7 (۴) 7

۲۸- در شکل زیر F کانون و Δ خط هادی سهمی $3y^2 - 5y - 8x + 15 = 0$ است. اگر $MN = 3$ باشد، فاصله M تا خط هادی این سهمی برابر کدام است؟



(۱) 1

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۲۹- به مرکز هر نقطه سهمی $x^2 + 6x - 4y + 1 = 0$ دایره‌ای رسم می‌کنیم که از کانون سهمی بگذرد، این دایره‌ها بر کدام خط مماس‌اند؟

- (۱) $y = -3$ (۲) $y = -4$ (۳) $y = -1$ (۴) $y = 0$

۳۰- معادله مکان هندسی وسط پاره‌خط‌هایی که دو سر آنها روی سهمی به معادله $y = 3x^2 + 2$ قرار دارد و موازی با نیمساز ناحیه‌های اول و سوم دستگاه مختصات هستند، کدام است؟

- (۱) $x = \frac{1}{6}$ (۲) $x = \frac{1}{3}$ (۳) $x = -\frac{1}{3}$ (۴) $x = -\frac{1}{6}$

۳۱- می‌خواهیم از بین ۲۴۰ نفر، یک نمونه ۱۶ نفری به روش سامان‌مند انتخاب کنیم. برای انتخاب یک نفر از گروه اول انتخاب داریم. فرض می‌کنیم نفر پنجم از گروه اول انتخاب شده است. شماره نفری که از گروه هشتم انتخاب می‌شود است.

(۱) $110 - 16$ (۲) $126 - 16$

(۳) $110 - 15$ (۴) $126 - 15$

۳۲- در جامعه‌ای با اعضای $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ با کدام احتمال یک نمونه ۶ عضوی میانگین را دقیق برآورد می‌کند؟

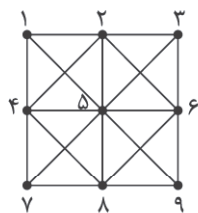
- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۳- با نمونه‌گیری به حجم $n = 64$ ، انحراف معیار میانگین 0.2% محاسبه شده است. اگر بخواهیم انحراف معیار میانگین 0.8% محاسبه شود، حجم جامعه جدید کدام است؟

- (۱) 900 (۲) 1600 (۳) 625 (۴) 400

محل انجام محاسبات

۳۴- در کدام گزینه مجموعه داده شده احاطه‌گر مینیمال می‌باشد؟



(۱) $\{1, 5, 9\}$

(۲) $\{1, 3, 7, 9\}$

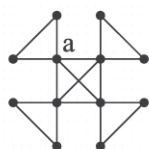
(۳) $\{2, 5, 8\}$

(۴) $\{3, 6, 9, 4\}$

۳۵- رئوس گراف زیر روستاهای یک استان هستند که با جاده‌ها (یال) به هم وصل شده‌اند. می‌خواهیم در بعضی از روستاها شعب بانک

احداث کنیم به طوری که هر روستا شعبه بانک داشته باشد یا با حداکثر طی یک جاده به روستای مجاور برود و به بانک دسترسی پیدا

کند. در ضمن می‌خواهیم در روستای a حتماً بانک باشد. اگر حداقل m بانک لازم باشد و به n طریق این کار صورت پذیرد، زوج مرتب



(m, n) کدام است؟

(۱) $(4, 81)$

(۲) $(3, 81)$

(۳) $(3, 27)$

(۴) $(4, 27)$

۳۶- کدام گراف احاطه‌گر مینیمالی دارد که مینیمم نباشد؟

(۱) گراف 4 -منتظم مرتبه $p = 6$

(۲) K_1



(۴)

(۳) C_6

۳۷- اگر کمترین تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال شکل زیر m عضو و بیشترین تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمال آن n عضو

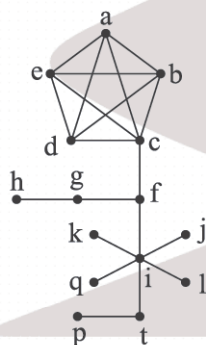
داشته باشد، $m^2 + n^2$ کدام است؟

(۱) ۸۰

(۲) ۴۵

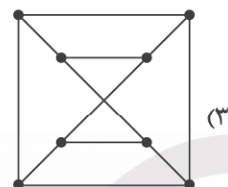
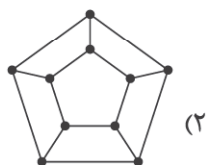
(۳) ۶۵

(۴) ۹۰



محل انجام محاسبات

۳۸- در کدام گزینه رابطه $\gamma(G) = \left\lceil \frac{p}{\Delta+1} \right\rceil$ برقرار می‌باشد؟



(۴) گراف ۲- منتظم ناهمبند از مرتبه $p = 8$

۳۹- فرض کنید $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و $E(G) = \{ab, bc, de, ac\}$ گراف G چند احاطه‌گر مینیمم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۴۰- با رئوس $\{a, b, c, d\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که $N_G(a)$ احاطه‌گر مینیمال باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۸